

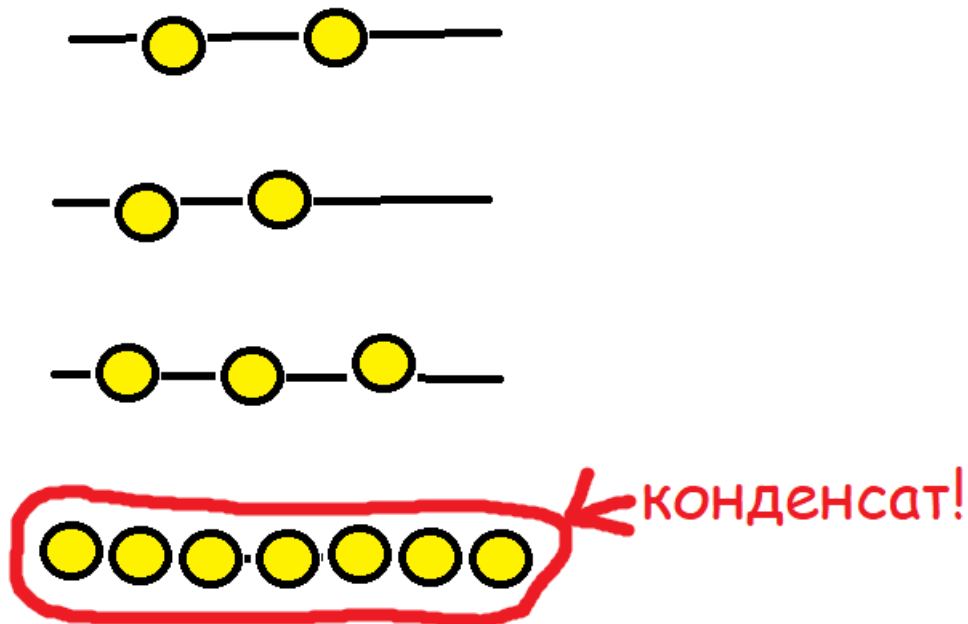
Бозе-газы сложнее, а задач по ним, КОТОРЫЕ ПРЕДЛАГАЮТСЯ НА ЭКЗАМЕНЕ, нет. Поэтому мы кратенько, без доказательств, посмотрим на квантовские результаты.

У бозе-частиц нет принципа запрета Паули, и ничто не мешает им занимать нижний уровень, что они и делают:

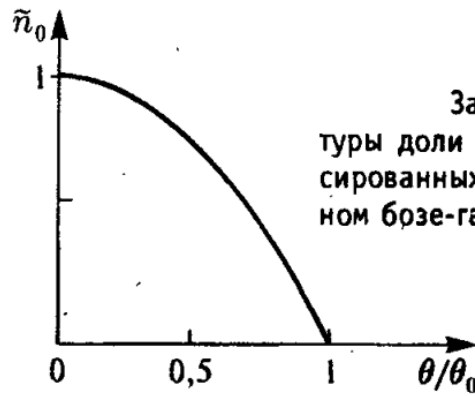


А на верхних уровнях ничего – при $\theta=0$, конечно.

При $\theta>0$ часть частиц улетает на высшие уровни. Оставшиеся на нулевом уровне частицы называются *сконденсированными*, а множество оставшихся – *конденсатом*:



Чем больше энергия, тем больше частиц на верхних уровнях и тем меньше



Отм

Зависимость от температуры доли $\tilde{n}_0 = N_0/N$ сконденсированных частиц в вырожденном бозе-газе

конденсата:

. Существует

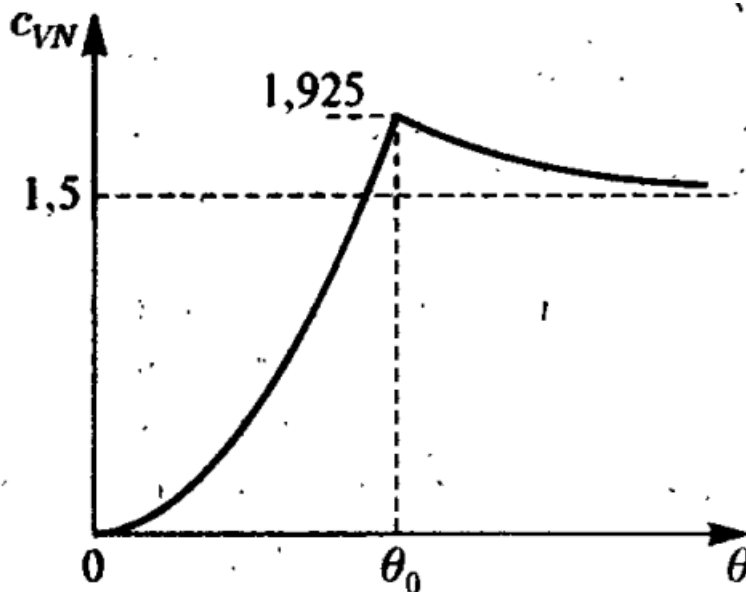
критическая температура

$$\theta_0 = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{1}{v} \right)^{2/3} \frac{4\pi}{[\zeta(3/2)]^{2/3}} = \frac{3,31 \dots \hbar^2}{m v^{2/3}} \sim \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{N}{V} \right)^{2/3}$$

, где конденсат исчезает полностью, и при температурах $\theta > \theta_0$ конденсата нет вовсе.

Теперь давайте посмотрим на энергетические характеристики.

Теплоёмкость:

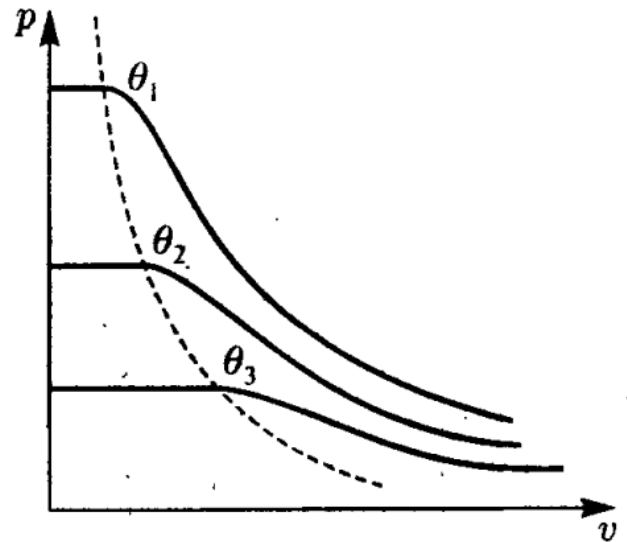


Аналитически: при $\theta < \theta_0$

$$c_{VN} = \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} \right)_v = 1,92 \dots \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^{3/2}, \text{ при } \theta > \theta_0 \quad c_{VN} = \frac{3}{2} + 0,346 \dots \cdot \left(\frac{\theta_0}{\theta} \right)^{3/2}$$

А вот изотермы на pV -диаграмме:

Рис. 55. Изотермы идеального бозегаза ($\theta_1 > \theta_2 > \theta_3$); пунктирная линия — граница области вырожденных состояний



В невырожденной области у нас... кажется, что $pV = \text{const}$, как для идеального

$$\begin{aligned} \frac{pv}{\theta} &= 1 - \frac{\pi^{3/2} \hbar^3}{4v(m\theta)^{3/2}} + \dots = \\ &= 1 - 0,462 \dots \cdot \frac{v_0}{v} + \dots = \\ &= 1 - 0,462 \left(\frac{\theta_0}{\theta} \right)^{3/2} + \dots \end{aligned}$$

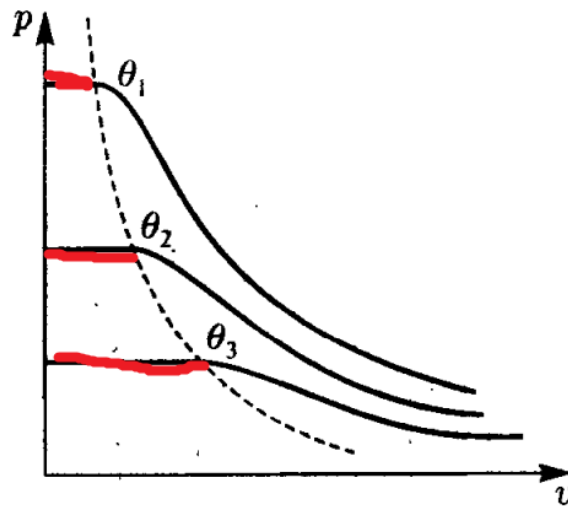
газа. Ну, так оно и есть:

области, где у нас есть конденсат,

. А вот в вырожденной

$$p = 0,513 \dots \cdot \theta \frac{1}{v_0} = 0,085 \dots \cdot \frac{m^{3/2}}{\hbar^3} \theta^{5/2} \quad \text{- давление}$$

постоянно и не зависит от температуры! – что и обеспечивает нам



горизонтальные отрезки: